ТАБИИЙ УСУЛДА ГРАДИУРЛАНГАН КВАЗИ-ФИЛИФОРМ ЛЕЙБНИЦ АЛГЕБРАСИНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛИ.

Муртозақулов Зафар Мадат ўғли

Чирчиқ давлат педагогика университети

Аннотация: Нилрадикали квази-филиформ Лейбниц алгебраси бўлган максимал ечимли Лейбниц алгебраларини ўрганишдан иборат. Мақолада биринчи ва иккинчи типдаги квази-филиформ бўлган Лейбниц алгебраларининг дифференциали ҳисобланган. Нильрадикали биринчи ва иккинчи типдаги квази-филиформ бўлган максимал ечимли Лейбниц алгебраси қаралган.

Калит сўзи: Лейбниц алгебраси, ечилувчан, нилпотент, градиурланган, дифференциал, нилрадикал.

Аннотация: Нильрадикальные квази-формулировки Лейбницевой алгебры являются максимумами лейбницевых алгебр. В статье описаны дифференциальные алгебры Лейбница, являющиеся квази-формами первого и второго типов. Нильрадикали первого и второго типов являются квази-филиформами максимума в алгебре Лейбница.

Ключевое слово: Алгебра Лейбница, решаемая, нильпотентная, градуированная, дифференциальная, нильрадикальная.

Annotation: The nonradical quasi-formulations of a Leibniz algebra are maxima of Leibniz algebras. The article describes Leibniz differential algebras, which are quasi-forms of the first and second types. The nilradials of the first and second types are quasi-forms of the maximum in the Leibniz algebra.

Key question: Leibnis algebra, solvable, nilpotent, gradient, differential, nilradical.

Кириш.

Ҳозирги кунда Ли алгебраларининг умумлашмаси ҳисобланган Лейбниц алгебралари синфи жадал суратда ўрганилмоқда. Лейбниц алгебралари ўтган асрнинг 90-йилларида француз математиги Ж.Л.Лоде томонидан ушбу

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$$

Лейбниц айнияти билан характерланадиган алгебра сифатида фанга киритилган.

Лейбниц алгебралари Ли алгебраларининг антисимметрик аналоги умумлашмаси сифатида ўрганилади. Ушбу алгебралар Ли алгебраларининг ўзига хос хусусиятларини сақлайди. Ли алгебралари назариясининг кўплаб классик натижалари Лейбниц алгебралари мисолида ҳам тарқалади. Мисол учун Леви теоремасининг Лейбниц теоремасидаги аналогини Барнс исботлаган. У ҳар қандай чекли Лейбниц алгебраси ечимли радикал ва ярим содда Ли қисм алгебраларининг яримтўғри йиғиндисига ёйилишини исботлаган. Шунинг учун чекли ўлчамли Лейбниц алгебраларининг классификациясидаги асосий масала юқоридаги ёйилманинг ечимли қисмини ўрганиш. Ли Лейбниц алгебраларининг чекли ярим ўлчовли йиғиндиси учун ажралмас хусусияти алгебра элементлари квадратлари томонидан ҳосил қилинган ноананавий идеалнинг мавжудлигидир.

Таъриф.[1] F майдон устидаги L алгебранинг ихтиёрий $x,y,z \in L$ элементи учун

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$$

тенглик бажарилса, у ҳолда L алгебра Лейбниц алгебраси дейилади.

Ихтиёрий L Лейбниц алгебраси учун қуйидаги қаторларни аниқлаймиз:

Ҳосилавий қатор: $L^{[1]}=L,\ L^{[k+1]}=[L^{[k]}, L^{[k]}],\ k \geq 1$

Қуйи марказий қатор: $L^{1}=L,\ L^{k+1}=[L^{k}, L^{1}],\ k \geq 1.$

Таъриф.[5] Агар ихтиёрий $x,y \in L$ учун қуйидаги тенглик бажарилса**:**

$$d([x,y]) = [d(x),y]+[x,d(y)], \tag{1}$$

у ҳолда ушбу $d:L\to L$ чизиқли акслантириш берилган L алгебрада дифференциаллаш дейилади.

Агар d_1 ва d_2 – дифференциаллашлар бўлса,

$$[d_1,d_2] = d_1 \circ d_2 - d_2 \circ d_1$$

ҳам дифференциаллаш бўлади.

L алгебранинг барча дифференциаллашлари фазосини Der(L) орқали белгилаймиз.

Таъриф.[2] Агар шундай $m\in N$ мавжуд бўлиб, $L^{[m]}=0$ бўлса, L Лейбниц алгебраси ечилувчан дейилади. Ана шундай m нинг энг кичигига L алгебранинг ечилувчанлик индекси дейилади.

Таъриф.[4] Агар шундай $s\in N$ мавжуд бўлиб, $L^s=0$ бўлса, L Лейбниц алгебраси нильпотент дейилади. Ана шундай хусусиятга эга бўлган минимал s сони нильпотентлик индекси ёки L алгебрасининг нильиндеки дейилади.

Тушунарлики ечимли Лейбниц алгебралари нилпотент Лейбниц алгебраларининг умумлашмаси бўлади, яъни ихтиёрий нилпотент алгебра ечимли бўлади.

F майдонидаги барча n ўлчамли Лейбниц алгебралари тўпламини Leib(F) каби белгилаймиз.

Теорема.[3] n-ўлчамли градиурланган Лейбниц алгебраси қуйидаги ўзаро изоморф бўлмаган алгебралардан бирига изоморф:

$L(\alpha, \beta, \gamma)$: $[e_i, e_1] = e_{i+1}$, $1 \le i \le n-3$, $[e_{n-1}, e_1] = e_n+\alpha e_2$,

$[e_1, e_{n-1}] = \beta e_n$, $[e_{n-1}, e_{n-1}] = \gamma e_n$,

$G(\alpha, \beta, \gamma)$: $[e_1, e_1] = e_2$, $[e_i, e_1] = e_{i+1}$, $3 \le i \le n-1$,

$[e_1, e_3] = -e_4+\beta e_2$, $[e_1, e_i] = -e_{i+1}$, $4 \le i \le n-1$,

$[e_3,e_3] = \gamma e_2$, $[e_i, e_{n+2-i}] = (-1)^i\alpha e_n$, $3 \le i \le n-1$, бу ерда $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ алгебра базислар, $G(\alpha, \beta, \gamma)$ алгебрада агар n жўфт бўлса $\alpha \in \{0,1\}$ бўлади, агар n тоқ бўлса $\alpha=0$ бўлади.

Тасдиқ.[8] $L(\alpha,\beta,\gamma)$ алгебранинг ихтиёрий $d \in Der(L(\alpha,\beta,\gamma))$ дифференциаллашини кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\begin{cases} d(e_1) = \sum_{t=1}^{n} a_t e_t, \quad d(e_2) = (2a_1 + a_{n-1}\alpha)e_2 + \sum_{t=3}^{n-2} a_{t-1}e_t + (a_{n-1} + a_{n-1}\beta)e_n, \\ d(e_i) = (ia_1 + a_{n-1}\alpha)e_i + \sum_{t=i+1}^{n-2} a_{t-i+1}e_t, \, 3 \le i \le n-2, d(e_{n-1}) = \sum_{t=2}^{n} b_t e_t, \\ d(e_n) = (b_{n-3} - a_{n-3}\alpha)e_{n-2} + (b_{n-1} + a_1 + a_{n-1}\gamma - a_{n-1}\alpha(1+\beta))e_n, \end{cases}$$

бу ерда,

$b_i = a_i\alpha$, $2 \le i \le n-4$, $\beta(b_{n-3} - a_{n-3}\alpha) = \gamma(b_{n-3} - a_{n-3}\alpha) = 0$, $b_{n-1}\alpha = a_1\alpha + a_{n-1}\alpha^2$

$\gamma\, b_{n-1} = \gamma(a_1 + a_{n-1}\gamma - a_{n-1}\alpha(1+\beta))$, $\gamma\, a_{n-1} = \beta a_{n-1}(\gamma - \alpha(1+\beta))$.

Исботи. $L(\alpha,\beta,\gamma)$ алгебранинг кўпайтма жадвалидан $\{e_1, e_{n-1}\}$ базис векторлар алгебранинг ҳосил қилувчилари эканлигини аниқлаймиз. Шунинг учун биз

$$d(e_1) = \sum_{t=1}^{n} a_t e_t, \qquad d(e_{n-1}) = \sum_{t=1}^{n} b_t e_t$$

деб олишимиз мумкин. Дифференциаллашнинг таърифига кўра (1) қуйидагини оламиз:

$$d(e_2) = d([e_1, e_1]) = [d(e_1), e_1] + [e_1, d(e_1)] =$$

$$= (2a_1 + a_{n-1}\alpha\beta)e_2 + \sum_{t=3}^{n-2} a_{t-1}e_t + (a_{n-1} + a_{n-1}\beta)e_n.$$

Энди математик индукция методини қўллаб

$$d(e_i) = d([e_{i-1}, e_1]) = [d(e_{i-1}), e_1] + [e_{i-1}, d(e_1)] =$$

$$= (ia_1 + a_{n-1}\alpha\beta)e_i + \sum_{t=i+1}^{n-2} a_{t-i+1}e_t, \quad 3 \le i \le n-2$$

ифодани ҳосил қиламиз. Энди (1) тенгликка кўра

$$d(e_2) = d([e_1, e_1]) = [d(e_1), e_1] + [e_1, d(e_1)] =$$
$$= (2a_1 + a_{n-1}\alpha\beta)e_2 + \sum_{t=3}^{n-2} a_{t-1}e_t + (a_{n-1} + a_{n-1}\beta)e_n$$

ни оламиз. Ушбу $0 = d([e_2, e_{n-1}]) = d([e_n, e_1])$ тенгликлардан

$$b_1 = 0, \quad a_{n-1}\alpha\gamma = 0, \quad b_i = 0, \quad 2 \le i \le n-4.$$

эканлигини ҳосил қиламиз. Демак биз қуйидагиларни ҳосил қилдиқ:

$$d(e_n) = b_{n-3}e_{n-2} + (b_{n-1} + a_1 + a_{n-1}\gamma)e_n,$$
$$d(e_{n-1}) = b_{n-3}e_{n-3} + b_{n-2}e_{n-2} + b_{n-1}e_{n-1} + b_n e_n.$$

Дифференциаллаш хоссасини $[e_1,e_{n-1}]=\beta e_n$, $[e_{n-1},e_{n-1}]=\gamma e_n$, кўпайтмаларга қўллаб

$$\alpha\beta(a_1 + a_n - 3\alpha\beta - b_n - 1) = 0, \; a_t\alpha\beta = 0, \qquad 2 \le t \le n-4,$$
$$\beta(b_{n-3} + a_{n-3}\alpha) = 0, \; a_{n-1}(\gamma(1-\beta) - \alpha\beta(1-\beta)) = 0.$$

шартларни оламиз.

Тасдиқ исботланди.

Натижа. L(α,β,γ) алгебранинг чизиқли ниль-боғлиқ бўлмаган дифференциаллашлари сони иккидан ошмайди.

Исботи. Айтайлик d акслантириш L(α,β,γ) алгебранинг ихтиёрий дифференциаллаши бўлсин. У ҳолда тасдиққа кўра агар $a_1=b_{n-1}=0$ деб олсак, унда d дифференциаллашимиз нильпотент дифференциаллаш бўлади. Агар a_1 ёки b_{n1} параметрлардан биттаси нолдан фарқли бўлса, у ҳолда берилган d дифференциаллашимиз нильпотент бўлмаган дифференциаллаш бўлади. Шунинг учун L(α,β,γ) алгебранинг чизиқли ниль-боғлиқ бўлмаган дифференциаллашлари сони иккига тенг бўлади.

Натижа исботланди.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. [1] D.W. Barnes On Levi’s theorem for Leibniz algebras. Bull. Aust. Math. Soc., 86(2), 2012, 184–185.

2. [2] L.M. Camacho, E.M. Can˜ete, J.R. G´omez, B.A. Omirov Quasi-filiform Leibniz algebras of maximum length. Sib. Math. J., 52(5) , 2011, 840–853.

3. [3] L.M. Camacho, J.R. Go´mez, A.J. Gonz´alez, B.A. Omirov Naturally graded 2-filiform Leibniz algebras. Comm. Algebra, 38(10), 2010, 36713685.

4. [4] L.M. Camacho, J.R. G´omez, A.J. Gonza´lez, B.A. Omirov Naturally graded quasifiliform Leibniz algebras. J. Symbolic Comput., 44. 2009, 527539.

5. [5] J.-L. Loday Une version non commutative des alg`ebres de Lie: les alg`ebres de Leibniz. Enseign. Math. (2), 39(3-4), 1993, 269–293.

6. Abdullayev, S. A. O. G. L., & Ahmadjonova, M. A. Q. (2021). MATLAB TIZIMIDA ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISH. Academic research in educational sciences, 2(11), 1576-1584.

7. Murtozaqulov Z. M., Solayeva M. N. darslikdagi differensial tenglamalarni yechishdagi yetishmayotgan metodlar va ma'lumotlar //Academic research in educational sciences. – 2021. – T. 2. – №. CSPI conference 3. – C. 462-467.

8. MURTOZAQULOV Z. M., ABDUJABBOROV S. H. F. Tenglamalar sistemasini yechishda qulay bo'lgan metod va ko'rsatmalar //ЭКОНОМИКА. – C. 898-904.