

FAZODA TO'G'RI CHIZIQ VA TEKISLIKLAR, TEKISLIKLARNING O'ZARO JOYLASHUVI.

Uzoqova Gulnozaxon

Anotatsiya: fazoda to'g'ri chiziq va tekisliklar , tekisliklarning o'zaro joylashuvi haqida qisqacha yozgan maqolasi.

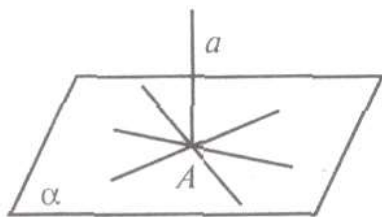
Kalit so'zlar: to'g'ri chiziq, tekislik, burchak. Geometriya, perpendicular

1 – t a' r i f. Agar fazoda berilgan ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak 90° ga teng bo'lsa, ular o'zaro perpendikular to'g'ri chiziqlar deyiladi.

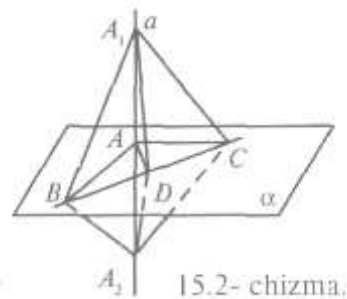
a va b to'g'ri chiziqlarning perpendikularligi $a \perp b$ ko'rinishda yoziladi. Ta'rifdan perpendikular to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishuvchan, shuningdek, ayqash bo'lishi ham kelib chiqadi.

2 – t a' r i f. Agar a to'g'ri chiziq, α tekislikdagi, u bitan kesishish nuqtasi A orqali o'tuvchi ixtiyoriy to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, a to'g'ri chiziq α tekislikka perpendikular deyiladi. (25- chizma).

1 – t e o r e m a (to'g'ri chiziq va tekislikning perpendikularlik alomati). Agar a to'g'ri chiziq, uning α tekislik bilan kesishish nuqtasi orqali o'tuvchi ikkita to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, a to'g'ri chiziq α tekislikning o'ziga ham perpendikular bo'ladi.



25- chizma.



26 – chizma

3 – t a' r i f. *Tekislikni kesib o'tib, unga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq, bu tekislikka og'ma deyiladi.*

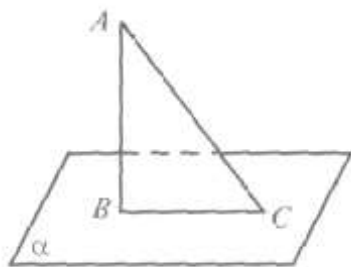
Berilgan A nuqtadan α tekislikka AB perpendikular va AC og'ma o'tkazilgan bo'lsin (27 – chizma). Perpendikular va og'malar tekislikni kesib o'tadigan B va C nuqtalarni tutashtirib, a tekislikka AC og'maning proyeksiyasi deb ataladigan BC kesmani hosil qilamiz va quyidagicha yozamiz:

$$\text{pr}_{\alpha} AC = BC$$

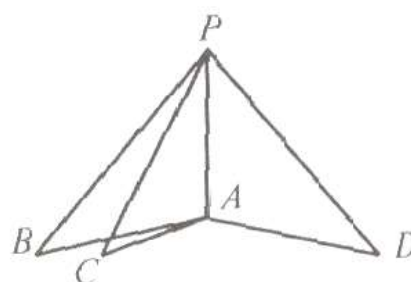
2 – t e o r e m a. *Agar α tekislikdan tashqarida yotuvchi P nuqtadan bu tekislikka PA perpendikular va PB, PC, \dots og'malar o'tkazilgan bo'lsa;*

1) *proyeksiyalari teng og'malar teng bo'ladi;*

2) *ikkita og'madan qaysi birining proyeksiyasi katta bo'lsa, o'sha og'ma katta bo'ladi.*



27- chizma.



28 - chizma.

I z o h. PA – to'g'ri burchakli uchburchakning kateti, PD, PB, PC, \dots gipotenuzalardan iborat (29-chizma), shuning uchun PA kesmaning uzunligi shu P nuqtadan o'tkazilgan ixtiyoriy og'maning uzunligidan kichik bo'ladi.

4- t a' r i f. *P nuqtadan α tekislikkacha bo'lgan masofa deb, P nuqtadan α tekislikka o'tkazilgan perpendikularning uzunligiga aytiladi.*

$P(x_0; y_0; z_0)$ nuqtadan $\alpha : Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikkacha bo'lgan masofa

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

kabi yoziladi.

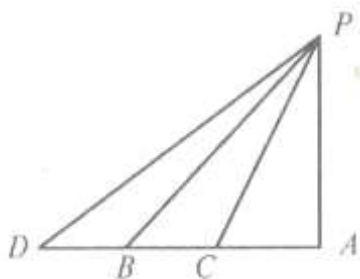
Planimetriyadagi kabi, teskari tasdiqlar ham bajariladi.

3 – t e o r e m a (teskari teorema). Agar berilgan P nuqtadan α tekislikka PA perpendikular va PB, PC, \dots og'malar o'tkazilgan bo'lsa;

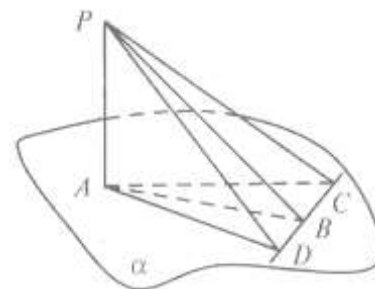
1) teng og'malar teng proyeksiyalarga ega bo'ladi;

2) ikkita proyeksiyadan qaysi biri katta og'maga mos kelsa, o'sha proyeksiya katta bo'ladi.

4 – t e o r e m a (uch perpendikular haqida). Tekislikda og'maning asosi orqali uning proyeksiyasiga perpendikular ravishda o'tkazilgan to'g'ri chiziq og'maning o'ziga ham perpendikular bo'ladi.



29 - chizma.



30 - chizma.

Yuqoridagi chizmadan foydalanib, isbotlangan tasdiqqa teskari teoremani ham isbotlash mumkin.

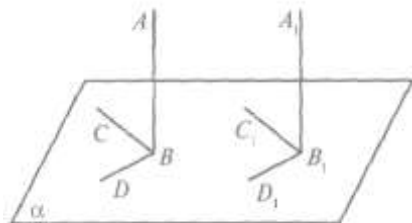
5 – t e o r e m a (teskari teorema). Tekislikda PB og'maning asosi orqali og'maga perpendikular ravishda o'tkazilgan CD to'g'ri chiziq og'maning AB proyeksiyasiga ham perpendikular bo'ladi.

Isbotini mustaqil ravishda amalga oshirish tavsiya qilinadi.

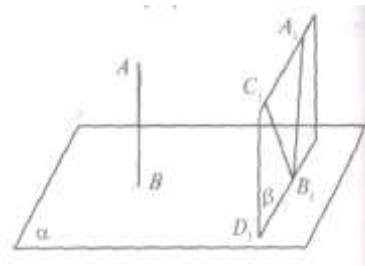
Endi to'g'ri chiziqlar hamda tekisliklarning parallelligi va perpendikularligi orasidagi bog'lanishni ifodalovchi ba'zi tasdiqlarni qaraymiz.

6 – t e o r e m a. Agar α tekislik o'zaro parallel AB, A_1B_1 to'g'ri chiziqlarning bittasiga perpendikular bo'lsa, u to'g'ri chiziqlarnirig ikkinchisiga ham perpendikular bo'ladi.

7 – t e o r e m a (teskari teorema). Agar ikkita (AB va A_1B_1) to'g'ri chiziq bitta tekislikka perpendikular bo'lsa, ular o'zaro parallel bo'ladi.



31- chizma.



32- chizma.

3- §. Perpendikular tekisliklar

6 – t a' r i f. Agar ikkita tekislik o'zaro kesishganda ikki yoqli burchak hosil qiisa, ular o'zaro perpendikular tekisliklar deyiladi.

8 – t e o r e m a (ikki tekislikning perpendikularlik alomati). Agar a tekislik boshqa β tekislikka perpendikular bo'lgan AB to'g'ri chiziq orqali o'tsa, α tekislik β tekislikka perpendikular bo'ladi.

9 – t e o r e m a. Ikkita perpendikular tekislikning birida yotuvchi to'g'ri chiziq, shu tekisliklar kesishgan to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lsa, u ikkinchi tekislikka ham perpendikular bo'ladi.

N a t i j a. Agar ikkita α va β tekislik uchinchi γ tekislikka perpendikular bo'lsa, ular kesishadigan to'g'ri chiziq γ tekislikka perpendikular bo'ladi (37 - chizma).

Tarixiy ma'lumotlar

Uch perpendikular haqidagi teorema Evklidning „Negizlar“ asarida uchramaydi. Uni o'rta asrlarda yashagan O'rta Osiyo matematiklari kashf etganligi ehtimoldan yiroq emas, chunki u birinchi marta Nasriddin Tusiy (1201 — 1274)

ning „To'la to'rt tomonli haqida risola" nomli asarida sferik uchburchak uchun „Sinuslar teoremasi"ni isbollarshda dastlabki izoh tariqasida keltiriladi. Bu dastlabki izohlar orasida Abu Rayhon Beruniyning „Sfera sirtida sodir bo'ladigan hodisalar haqida astronomiya kaliti to'g'risida kitob" nomli asaridan olingan isboti ham mavjud. Beruniyning o'sha teoremasi quyidagichadir: „Agar ikki tekislik o'zaro to'g'ri burchakka teng bo'lmagan burchak ostida kesishsa va bu jismlardan birining biror nuqtasidan tekisliklarning kesishish chizig'iga va ikkinchi tekislikka perpendikularlar tushirilsa, bu perpendikulalarning asoslarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq tekislikning kesishish chizig'i bilan to'g'ri burchak hosil qiladi.