

**QAVARIQ QOPLAMA QIRRALARI SONI O’RTACHASINING  
ASIMPTOTIK IFODASI**

***Ro‘zieva Z. R.***

*Mirzo Ulug’bek nomidagi O’zbekiston Milliy universiteti,  
Toshkent, O’zbekiston zuxroroziyval@gmail.com*

Qavariq qoplamlarni tadqiq qilish stoxostik geometriyada anchadan beri odat tusiga kirgan. Bu sohadagi tadqiqotga Silvestrning to‘rt nuqtali muammolarida asos solingan bo‘lsa, xozirgi zamonga kelib esa tasodifiy ko‘pburchaklar haqidagi Reni va Sulanke [1] ishlaridan rivojlanishni boshladi. Tasodifiy ko‘pburchaklarni  $d > 1$  o‘lchovlar uchun B.Efron [2] va boshqalarning ishida dolzarb o‘rganildi. [1] va [2] maqlolalardagi tadqiqot tekislikdagi qavariq sohaga tavakkal tashlangan nuqtalarga tortilgan qavariq qoplamaning assosiy funksionallarini o‘rta qiymatlarini asimptotik ifodalarini topish haqidagi natijalardan boshlandi. Bulardan keyin H.Carnal [3] tekislikda tanlanma birlik doira ichida qutb koordinatalar sistemasida berilgan nuqtalardan iborat bo‘lib, burchak koordinatasi aylanada tekis taqsimlangan, radial koordinatasi taqsimoti esa unga bog‘liq bo‘lmay, taqsimotining dum qismi doira chegarasi yaqinida yoki cheksizlikda tekis o‘zgaruvchi funksiya bo‘lgan holatdan yaralgan qavariq qoplamaning assosiy funksionallarini tadqiq qilib, o‘rta qiymatlar uchun asimptotik ifodalarni topdi. [3] maqlada olingan natijalar oldingi [1], [2] va [4] ishlaridagi natijalarini umumlashtirdi.

Ushbu maqola H.Carnal [3] tomonidan boshlangan tadqiqot Z.Kabluchko, A.Marynych, D.Temesvary and Ch.Thale[5] tomonidan ko‘rilgan hol uchun davom ettirilgan natijalarni tahliliga bag‘ishlanadi.

Faraz qilaylik  $P_1, P_2, \dots, P_n$  bog‘liqsiz  $d$ -o‘lchovli ( $d = 3$ ) sharning yuqori yarim sharida tekis taqsimlangan nuqtalar bo‘lsin. U holda  $C_n$  bilan  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , nuqtalarga tortilgan qavariq qoplamanini  $\nu_n$  bilan esa  $C_n$  qavariq qoplamaning uchlari sonini belgilaymiz.

Qavariq qoplamaning funksionallarini tadqiq qilish maqsadida yuqori yarim sharning qutb nuqtasiga urinma tekislik o‘tkazamiz. So‘ngra shar makazidan qavariq qoplamlarga tomon yo‘naltirilgan nurlar chiqaramiz. Shar sirtidagi  $P_1, P_2, \dots, P_n$  tanlanma nuqtalarning va  $C_n$  qavariq qoplamaning urinma tekislikdagi soyasi mos ravishda qandaydir qonuniyat bilan taqsimlangan  $P_1^*, P_2^*, \dots, P_n^*$  nuqtalarni va  $C_n^*$  qavariq qoplamanini tashkil qiladi.

Ushbu maqolada  $P_1^*, P_2^*, \dots, P_n^*$  nuqtalar H.Carnal [3] tomonidan o‘rganilgan holga tushishligi haqida ma’lumot keltirilmoqda. Bundan kelib chiqadiki,  $C_n$  va  $C_n^*$  qavariq qoplamlarning uchlari soni teng ekan. U holda quyidagi teoremani keltiramiz.

**Teorema.** Agar  $P_1, P_2, \dots, P_n$  bog‘liqsiz  $d$ -o‘lchovli ( $d \geq 3$ ) sharning yuqori yarim sharida tekis taqsimlangan nuqtalar bo‘lsa, u holda qandaydir  $\gamma > 0$  uchun  $n \rightarrow \infty$  da

$$Ef_k(K_n) \sim c_{k,d} \Omega(K) n^{\frac{d-1}{d+1}}$$

kabi o‘zgaradi. Bu yerda  $c_{k,d} \in (0, \infty)$  bo‘lib  $k$  va  $d$  ga bog‘liq absalyut konstanta va  $\Omega(K)$   $K$  aniqlanish sohaning affin koordinatasidagi yuzasi,  $f_k(K_n)$  -  $P_1, P_2, \dots, P_n$  nuqtalardan yaralgan qavariq qoplama qirralarining soni. Boshqa tomondan agar  $K$  qavariq ko‘pburchak bo‘lsa, u holda  $k$  ( $k < d$ ) o‘lchovli qirralarining soni  $n \rightarrow \infty$  da

$$Ef_k(K_n) \sim c'_{k,d} T(K) \log^{d-1} n,$$

bu yerda ham  $c_{k,d} \in (0, \infty)$  bo‘lib  $k$  va  $d$  ga bog‘liq absalyut konstanta va  $T(K)$   $K$  ko‘pburchakning uchlaringni soni (qarang [5]).

### Adabiyotlar

1. Reny A. and Sulanke R., Über diekovexe Hulle von  $n$  zufallig gewahlten Punkten// Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb., 1963, 2, pp.75-84.
2. Efron B., The convex hull of a random set of points//Biometrika, 1965, 52, pp.331-343.
3. Carnal H., Die konvexe Hulle von  $n$  rotationssymmetrisch verteilten Punkten// Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb. 1970, 15, pp.168-176.
4. Raynaud H., Sur l’enveloppe convexe des nuages de points aleatoires dans// J.Appl. Prob. 1970, 7, pp.35-48.
5. Kabluchko Z., Marynich A., Temesvary D. and Thale Ch., Cones generated by random points on half-spheres and convex hulls of Poisson point processes. arXiv: 1801.08008v2[math.PR] 31 Jan 2019 P.31